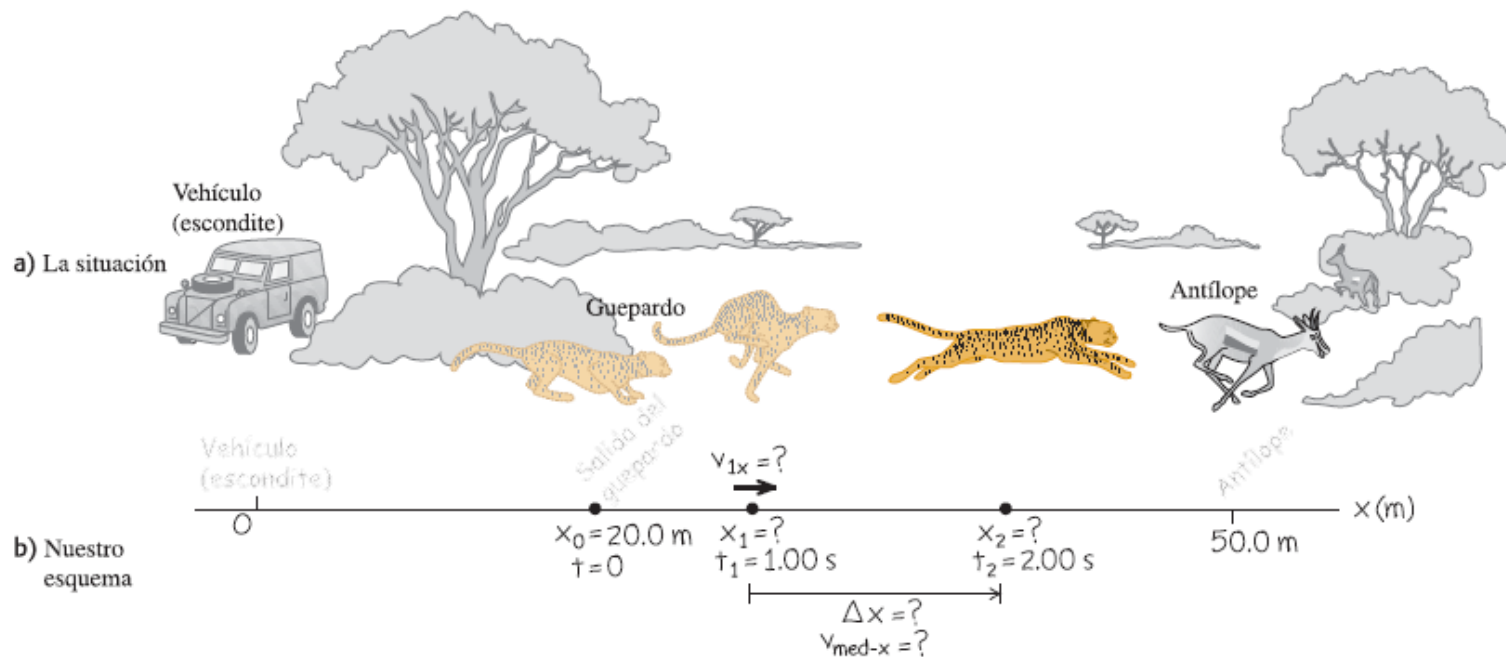


Ejemplo 2.1 Velocidades media e instantánea

Un guepardo acecha 20 m al este del escondite de un observador (figura 2.6a). En el tiempo $t = 0$, el guepardo ataca a un antílope y empieza a correr en línea recta. Durante los primeros 2.0 s del ataque, la coordenada x del guepardo varía con el tiempo según la ecuación $x = 20 \text{ m} + (5.0 \text{ m/s}^2)t^2$. a) Obtenga el desplazamiento del guepardo entre $t_1 = 1.0 \text{ s}$ y $t_2 = 2.0 \text{ s}$. b) Calcule la velocidad media en dicho

intervalo. c) Calcule la velocidad instantánea en $t_1 = 1.0 \text{ s}$ tomando $\Delta t = 0.1 \text{ s}$, luego $\Delta t = 0.01 \text{ s}$, luego $\Delta t = 0.001 \text{ s}$. d) Deduzca una expresión general para la velocidad instantánea en función del tiempo, y con ella calcule v_x en $t = 1.0 \text{ s}$ y $t = 2.0 \text{ s}$.

2.6 Un guepardo agazapado en un arbusto ataca a un antílope. Los animales no están a la misma escala que el eje.



- c) Nuestro razonamiento
- 1 Trazamos un eje y lo dirigimos en la dirección en que corre el guepardo, de manera que nuestros valores sean positivos.
 - 2 Elegimos colocar el origen en el vehículo (escondite).
 - 3 Marcamos las posiciones iniciales del guepardo y del antílope. (No usaremos la posición del antílope, porque aún no la sabemos.)
 - 4 Nos interesa el movimiento del guepardo entre 1 s y 2 s después de que empieza a correr. Colocamos marcas que representen tales puntos.
 - 5 Anotamos las literales para las cantidades conocidas y desconocidas. Usamos los subíndices 1 y 2 para las marcas en $t = 1 \text{ s}$ y $t = 2 \text{ s}$.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR: Este problema requiere usar las definiciones de desplazamiento, velocidad media y velocidad instantánea. El uso de las dos primeras implica álgebra; la última requiere cálculo para derivar.

Movimiento rectilíneo, velocidad media e instantánea:

Cuando una partícula se mueve en línea recta, describimos su posición con respecto al origen O mediante una coordenada como x . La velocidad media de la partícula, $v_{\text{med-}x}$, durante un intervalo $\Delta t = t_2 - t_1$ es igual a su desplazamiento $\Delta x = x_2 - x_1$ dividido entre Δt .

La velocidad instantánea v_x en cualquier instante t es igual a la velocidad media en el intervalo de tiempo de t a $t + \Delta t$ en el límite cuando Δt tiende a cero. De forma equivalente, v_x es la derivada de la función de posición con respecto al tiempo. (Véase el ejemplo 2.1.)

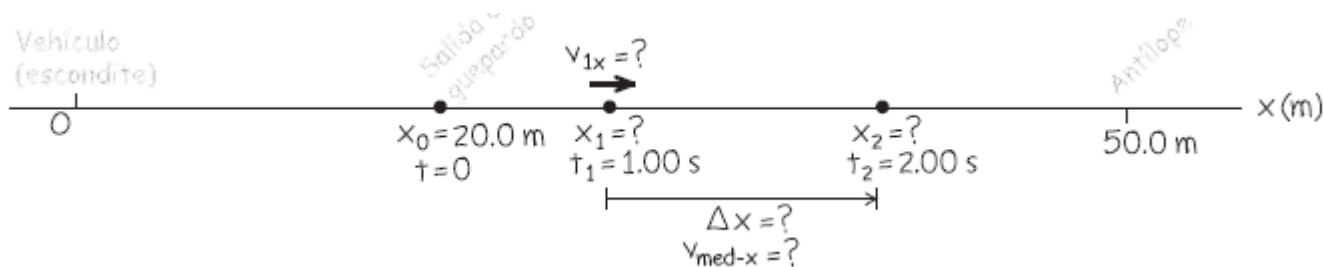
$$v_{\text{med-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_x = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$$X(t) = x_0 + v_0^*(t - t_0)$$

Pos. en función del tiempo para un MRU (sin aceleración) y en 1D

b) Nuestro esquema



EJECUTAR: a) En $t_1 = 1.0$ s, la posición x_1 del guepardo es

$$x_1 = 20 \text{ m} + (5.0 \text{ m/s}^2)(1.0 \text{ s})^2 = 25 \text{ m}$$

En $t_2 = 2.0$ s, su posición x_2 es

$$x_2 = 20 \text{ m} + (5.0 \text{ m/s}^2)(2.0 \text{ s})^2 = 40 \text{ m}$$

El desplazamiento en este intervalo es

$$\Delta x = x_2 - x_1 = 40 \text{ m} - 25 \text{ m} = 15 \text{ m}$$

b) La velocidad media durante este intervalo es

$$v_{\text{med-x}} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{40 \text{ m} - 25 \text{ m}}{2.0 \text{ s} - 1.0 \text{ s}} = \frac{15 \text{ m}}{1.0 \text{ s}} = 15 \text{ m/s}$$

c) Con $\Delta t = 0.1$ s, el intervalo es de $t_1 = 1.0$ s a $t_2 = 1.1$ s. En t_2 , la posición es

$$x_2 = 20 \text{ m} + (5.0 \text{ m/s}^2)(1.1 \text{ s})^2 = 26.05 \text{ m}$$

La velocidad media durante estos intervalos es

$$v_{\text{med-x}} = \frac{26.05 \text{ m} - 25 \text{ m}}{1.1 \text{ s} - 1.0 \text{ s}} = 10.5 \text{ m/s}$$

d) Al calcular la velocidad instantánea en función del tiempo, derive la expresión de x con respecto a t . La derivada de una constante es cero, y para cualquier n la derivada de t^n es nt^{n-1} , así que la derivada de t^2 es $2t$. Por lo tanto,

$$v_x = \frac{dx}{dt} = (5.0 \text{ m/s}^2)(2t) = (10 \text{ m/s}^2)t$$

En $t = 1.0 \text{ s}$, $v_x = 10 \text{ m/s}$, como vimos en el inciso c). En $t = 2.0 \text{ s}$, $v_x = 20 \text{ m/s}$.

EVALUAR: Nuestros resultados muestran que el guepardo aumentó su rapidez de $t = 0$ (cuando estaba en reposo) a $t = 1.0 \text{ s}$ ($v_x = 10 \text{ m/s}$) a $t = 2.0 \text{ s}$ ($v_x = 20 \text{ m/s}$), lo cual es razonable: el guepardo recorrió sólo 5 m durante el intervalo $t = 0$ a $t = 1.0 \text{ s}$; sin embargo, recorrió 15 m en el intervalo $t = 1.0 \text{ s}$ a $t = 2.0 \text{ s}$.